Syntax und Semantik von PL1

1. Die Sprache der PL1: Syntax

1.1 Das Vokabular

Das Vokabular der Sprache von PL1 unterteilt sich in drei Arten von Ausdrücken: *nicht-logische* bzw. *deskriptive* und *logische Zeichen* sowie *Hilfszeichen*.

Nicht-logische Zeichen:

- PL1 enthält unendlich viele *Namen* bzw. *Individuenkonstanten*: a, b, c, ...
- PL1 enthält für jede natürliche Zahl n unendlich viele n-stellige *Prädikat-* bzw. *Relationssymbole*: P, Q, R, ...

Logische Zeichen:

- PL1 enthält die *Junktoren*: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
- PL1 enthält die *Quantorzeichen*: $\forall$ und $\exists$
- PL1 enthält unendlich viele (*Individuen-*)*Variablen*: x, y, z, ...

Hilfszeichen:

- PL1 enthält die *Klammern*: (,)

1.2 Sätze & wohlgeformte Formeln (‚Wffs')

Im Folgenden wird festgelegt, was unter einer *wohlgeformten Formel* (Wff) und einem *Satz* der Sprache von PL1 zu verstehen ist:

Ein Ausdruck P ist eine Wff der Sprache von PL1 genau dann, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

- R ist ein n-stelliges Prädikat- bzw. Relationssymbol, t_1, ..., t_n sind n-viele Terme von PL1 und P ist der Ausdruck $R(t_1, ..., t_n)$.
- Q und R sind Wffs von PL1 und P ist eine der Formeln $\neg Q$, $(Q \wedge R)$, $(Q \vee R)$, $(Q \rightarrow R)$ oder $(Q \leftrightarrow R)$.

- Q ist eine Wff, v eine Variable von PL1 und P ist eine der Formeln $\forall v\, Q$ oder $\exists v\, Q$.

Ein *Satz* ist eine Wff in der keine Variablen frei vorkommen.

2. Die Sprache von PL1: Semantik

2.1 Interpretationen bzw. PL1-Strukturen

Eine *Interpretation* bzw. eine *PL1-Struktur* oder ein *Modell* $\mathfrak{M}$ einer prädikatenlogischen Sprache ist eine Funktion, die den nicht-logischen Ausdrücken eine Bedeutung (bzw. eine *Extension*) zuweist und den Gegenstandsbereich (bzw. der Quantifikationsbereich) D festlegt:

- $\mathfrak{M}(\forall) = D \ \ (D \neq \varnothing)$.
- Ist P ein n-stelliges Prädikat- bzw. Relationssymbol, so ist $\mathfrak{M}(P)$ eine Menge von n-Tupeln $\langle x_1, ..., x_n\rangle$ von Elementen von D. Die Menge wird auch die *Extension* von P in $\mathfrak{M}$ genannt.
- Ist c ein Name, so ist $\mathfrak{M}(c)$ ein Element aus D und wird *Referent* oder das *Denotat* von c in $\mathfrak{M}$ genannt.

Anstelle von $\mathfrak{M}(P)$ bzw. $\mathfrak{M}(c)$ notiert man gelegentlich auch $P^{\mathfrak{M}}$ bzw. $c^{\mathfrak{M}}$. Anstelle von $\mathfrak{M}(\forall)$ schreibt man auch $D^{\mathfrak{M}}$.

2.2 Variablenbelegungen

- Eine *Variablenbelegung* g in einer Interpretation $\mathfrak{M}$ ist eine Funktion, welche Variablen Objekte aus dem Gegenstandsbereich von $\mathfrak{M}$ zuordnet.
- Sei P eine Wff. Eine Variablenbelegung g heißt *angemessen für* P gdw. g jeder in P frei vorkommenden Variablen einen Gegenstand zuweist. Variablenbelegungen erlauben, freien Variablen im Rahmen einer Struktur sozusagen ‚vorübergehend' einen Wert zuzuweisen.
  Ist eine Variablenbelegung g angemessen für P, so haben alle Terme in P ein Denotat (die Variablen wie die Namen).
- Ist t ein Term, so bezeichnet $[\![t]\!]^{\mathfrak{M}}_g$ das Denotat von t; d.h. $[\![t]\!]^{\mathfrak{M}}_g$ ist identisch mit $t^{\mathfrak{M}}$, falls t ein Name ist, und identisch mit $g(t)$, falls t eine Variable ist.

- Ist g eine Variablenbelegung, so ist $g[\mathsf{v}/b]$ diejenige Variablenbelegung, welche sich von g höchstens darin unterscheidet, dass sie der Variablen v den Wert b zuweist ($b \in D$).
- Grenzfall einer Variablenbelegung ist die leere Funktion $g_\varnothing$, welche keiner Variablen einen Wert zuordnet. $g_\varnothing$ ist für keine Formel mit freien Variablen angemessen.

2.3 Erfüllung & Wahrheit

Die Bedeutung der logischen Konstanten wird für alle Strukturen in gleicher Weise implizit im Rahmen der folgenden Definitionen der *Erfüllung* und der *Wahrheit* in einer Interpretation festgelegt.
Die Definition der Wahrheit legt schließlich fest, welche Bedeutung bzw. welchen Wahrheitswert ein Satz in einer Interpretation besitzt:

2.4 Definition der Erfüllung

Sei P eine Wff und sei g eine für P angemessene Variablenbelegung in $\mathfrak{M}$.

- *Atomare Formeln*: Ist P eine Formel von der Form $\mathsf{R}(\mathsf{t}_1, ..., \mathsf{t}_n)$, wobei R ein n-stelliges Prädikat- bzw. Relationssymbol ist, dann erfüllt g die Formel P in $\mathfrak{M}$ gdw. $\langle [\![\mathsf{t}_1]\!]^{\mathfrak{M}}_g, ..., [\![\mathsf{t}_n]\!]^{\mathfrak{M}}_g \rangle \in \mathsf{R}^{\mathfrak{M}}$.
- *Negationen*: Ist P eine Formel von der Form $\neg$Q, dann erfüllt g die Formel P in $\mathfrak{M}$ gdw. g nicht Q erfüllt.
- *Konjunktionen*: Ist P eine Formel von der Form Q $\wedge$ R, dann erfüllt g die Formel P in $\mathfrak{M}$ gdw. g sowohl Q als auch R erfüllt.
- *Disjunktionen*: Ist P eine Formel von der Form Q $\vee$ R, dann erfüllt g die Formel P in $\mathfrak{M}$ gdw. g Q und/oder R erfüllt.
- *Konditionale*: Ist P eine Formel von der Form Q $\rightarrow$ R, dann erfüllt g die Formel P in $\mathfrak{M}$ gdw. g Q nicht erfüllt und/oder R erfüllt.
- *Bikonditionale*: Ist P eine Formel von der Form Q $\leftrightarrow$ R, dann erfüllt g die Formel P in $\mathfrak{M}$ gdw. g sowohl Q als auch R erfüllt oder keine von beiden.
- *Allquantifikationen*: Ist P eine Formel von der Form $\forall$v Q, dann erfüllt g die Formel P in $\mathfrak{M}$ gdw. für jedes $d \in D^{\mathfrak{M}}$ gilt, dass $g[\mathsf{v}/d]$ Q erfüllt.

- *Existenzquantifikationen*: Ist P eine Formel von der Form $\exists$v Q, dann erfüllt g die Formel P in $\mathfrak{M}$ gdw. für mindestens ein $d \in D^{\mathfrak{M}}$ gilt, dass $g[\mathsf{v}/d]$ Q erfüllt.

Erfüllt eine Variablenbelegung g die Formel P in der Interpretation $\mathfrak{M}$, schreibt man auch: $\mathfrak{M} \models \mathsf{P}\quad [g]$

2.5 Definition der Wahrheit

Sei $\mathcal{L}$ eine Sprache der PL1 und sei $\mathfrak{M}$ eine Struktur für $\mathcal{L}$. Ein Satz P der Sprache $\mathcal{L}$ ist *wahr* in $\mathfrak{M}$ gdw. $g_\varnothing$ den Satz P in $\mathfrak{M}$ erfüllt. Anderenfalls ist P falsch in $\mathfrak{M}$.

Ist ein Satz P wahr in der Interpretation $\mathfrak{M}$, schreibt man auch: $\mathfrak{M} \models \mathsf{P}$

3. PL1 mit Identität (PL1$^=$)

- Manchmal wird zwischen PL1 und PL1 mit Identitätssymbol = (PL1$^=$) unterschieden. PL1$^=$ ist dann die Erweiterung von PL1 um das zweistellige Relationssymbol „=“. „=“ zählt dabei zu den logischen Zeichen.
  Zu den Wff werden dann auch alle Formeln der Form s = t gezählt (wobei s und t beliebige Terme sind).
- Als logisches Symbol wird = in jeder Interpretation analog interpretiert. Ist D der Gegenstandsbereich einer Interpretation $\mathfrak{M}$, so wird = in $\mathfrak{M}$ die Menge aller geordneten Paare $\langle x, x\rangle$ mit $x \in D$ als Extension zugeordnet.

Aufgaben

1 Lösen Sie die Aufgaben **18.3**, **18.4**, **18.8**, **18.11**, **18.12** sowie Folgendes:

2 Übersetzen Sie die folgenden Sätze in die Sprache von PL1!
  a) *Kein (anderer) Berg ist so hoch wie der Mount Everest.*
  b) *Ein Berg ist höher als alle anderen.*
  c) *Zu jedem Berg gibt es einen anderen, der höher ist.*

3 Übersetzen Sie den folgenden Schluss in die Sprache von PL1 und leiten Sie die Konklusion aus den Prämissen her:
Peter befindet sich in der Küche oder an seinem Arbeitsplatz
Peter befindet sich nicht in der Küche
Also: Die Küche ist nicht Peters Arbeitsplatz

4. Exkurs: Gottlob Frege über Bedeutung – Die philosophischen Grundlagen der Sprache von PL1

4.1 Funktionen und Gegenstände

- Frege unterscheidet in seiner Ontologie zwei Typen von Objekten, nämlich Funktionen und Gegenstände, welche allein als Bedeutungen von Ausdrücken in Frage kommen. Gegenstände im Sinne Freges sind Personen, raum-zeitliche Objekte, Zahlen usw. Funktionen dagegen sind unvollständige („ungesättigte“) Objekte mit einer oder mehreren ‚Leerstellen‘, die zu ihrer Vervollständigung einer entsprechenden Anzahl von Objekten bedürfen. Wird eine solche Funktion ‚gesättigt‘, resultiert wiederum ein (vollständiger, ‚gesättigter‘) Gegenstand. Funktionen ordnen jedem Objekt (bzw. Argument) x genau ein Objekt y zu (den sog. (Funktions-)Wert). Eine Funktion kann daher charakterisiert werden als eine Menge von (zu-)geordneten Paaren $\langle x, y\rangle$, in welchen y jeweils das Objekt ist, das x zugeordnet wird. Diese Menge von geordneten Paaren nennt Frege den *Wertverlauf* der Funktion. Beispielsweise ist der Wertverlauf der Funktion x^2 die Menge

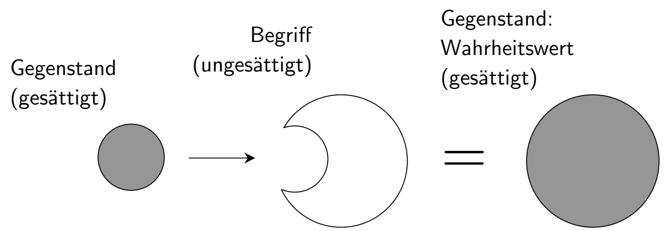
$$\{\langle 0, 0\rangle, \langle 1, 1\rangle, \langle 2, 4\rangle, \langle 3, 9\rangle, \langle 4, 16\rangle, \dots\}.$$

4.2 Sätze und Namen

- Die Bedeutung eines Satzes ist sein Wahrheitswert (d. h. wahr oder falsch), die Bedeutung eines singulären Terms (eines Namens oder einer definiten Kennzeichnung) ist der Gegenstand, auf den sich der Ausdruck bezieht. Die Bedeutungen von Sätzen und Namen sind damit gesättigte Gegenstände.

4.3 Prädikative Ausdrücke

- Die Bedeutung eines prädikativen Ausdrucks (wie z. B. *ist kahlköpfig*) ist nach Frege eine Funktion. Dabei bezeichnet ein Funktionsausdruck wie „x^2“ bzw. „$(\ )^2$“ selbst keinen Gegenstand—erst die Einsetzung eines Numerals (wie etwa in „7^2“) ergibt die Bezeichnung einer Zahl. Ebenso verhält es sich nach Frege bei prädikativen Ausdrücken: „x ist rot“ bzw. „( ) ist rot“ bezeichnen keinen Gegenstand, sondern liefern erst bei der Einsetzung eines bedeutungsvollen Namens einen Satz mit Wahrheitswert. Entsprechend ist die Bedeutung eines prädikativen Ausdrucks wie „x ist rot“ eine Funktion, welche Gegenständen Wahrheitswerte zuordnet—und zwar den Gegenständen, welche den prädikativen Ausdruck erfüllen, den Wert wahr, den anderen den Wert falsch. Eine solche Funktion, deren Werte nur Wahrheitswerte sind, nennt Frege *Begriff*. Entsprechend sind die Bedeutungen von relationalen Ausdrücken wie *x ist größer als y* Begriffe, welche allerdings über mehr als nur eine—im vorliegenden Beispiel über zwei—Leerstellen verfügen.



4.4 Junktoren

- (Aussagenlogische) Junktoren wie *nicht* (¬), *und* (∧), *oder* (∨), *wenn ..., dann* (→) und *genau dann, wenn* (↔) verknüpfen Sätze zu umfassenderen Sätzen. Die Bedeutungen von Junktoren sind Wahrheitsfunktionen, welche die Wahrheitswerte der verknüpften Sätze als Argumente und selbst wiederum einen Wahrheitswert als Funktionswert haben. Dabei ist die Negationsfunktion einstellig (eine Funktion mit nur einer Leerstelle), die anderen Funktionen sind zweistellig (Funktionen mit zwei Leerstellen). Im Rahmen von Freges Semantik ergibt sich der Wahrheitswert eines komplexen Satzes nach den sog. *schwachen Kleeneschen Wahrheitstafeln*:

¬P

P	
W	F
F	W
-	-

P ∧ Q

P \ Q	W	F	-
W	W	F	-
F	F	F	-
-	-	-	-

P ∨ Q

P \ Q	W	F	-
W	W	W	-
F	W	F	-
-	-	-	-

P → Q

P \ Q	W	F	-
W	W	F	-
F	W	W	-
-	-	-	-

P ↔ Q

P \ Q	W	F	-
W	W	F	-
F	F	W	-
-	-	-	-

4.5 Präsuppositionen und Wahrheitswertlücken (*truth-value gaps*)

- Bei einem Satz wie

  (1) *Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahlköpfig*

  bleibt der vom prädikativen Ausdruck *ist kahlköpfig* bezeichnete Begriff ungesättigt, da die Kennzeichnung *der gegenwärtige König von Frankreich* keinen Gegenstand bezeichnet. Somit kann sich kein Wahrheitswert ergeben, der als Bedeutung des Satzes in Frage käme; es ergibt sich eine sog. *Wahrheitswertlücke*. Damit Sätze bedeutungsvoll sein können (d. h. einen Wahrheitswert besitzen), muss nach Frege die Voraussetzung erfüllt sein, dass die in den Sätzen vorkommenden singulären Terme Bedeutung haben. Solche Voraussetzungen werden *Präsuppositionen* genannt (in Freges Theorie spielen im Wesentlichen nur eine kleine Klasse von Präsuppositionen, sog. Existenzpräsuppositionen eine Rolle). Freges Behandlung der Präsuppositionen scheitert am sog. *Projektionsproblem*. Dieses besteht darin zu erklären, wie sich in komplexen Aussagen die Präsuppositionen der Teilaussagen verhalten. Aufgrund von Freges Behandlung der Junktoren (siehe *4.4*) überträgt sich die Wahrheitswertlosigkeit eines Teilsatzes auf den gesamten Satz. Freges ‚Lösung' des Projektionsproblems lautet demnach: Die Präsuppositionen der Teilsätze eines Satzes *S* sind auch Präsuppositionen von *S*. Damit wäre auch (überraschenderweise) der folgende Satz wahrheitswertlos (und nicht einfach wahr):

  (2) *Entweder ist der gegenwärtige König von Frankreich untergetaucht oder es gibt gar keinen König von Frankreich.*

- Unseren Intuitionen hinsichtlich (2) würde eher eine Semantik im Sinne der sog. *starken Kleeneschen Wahrheitstafeln* gerecht:

¬P

P	
W	F
F	W
-	-

P ∧ Q

P \ Q	W	F	-
W	W	F	-
F	F	F	F
-	-	F	-

P ∨ Q

P \ Q	W	F	-
W	W	W	W
F	W	F	-
-	W	-	-

P → Q

P \ Q	W	F	-
fi	W	F	-
	W	W	W
-	W	-	-

P ↔ Q

P \ Q	W	F	-
W	W	F	-
F	F	W	-
-	-	-	-

4.6 Quantoren

- Die Bedeutungen von quantifizierenden Ausdrücken wie *alle* oder *einige* sind Quantoren. Diese sind nach Frege Begriffe der zweiten Stufe. Im Gegensatz zu Begriffen der ersten Stufe (von denen bisher ausschließlich die Rede war), welche Gegenstände zu ihrer Sättigung benötigen, bedarf eine Funktion der zweiten Stufe einer Funktion der ersten Stufe zu ihrer Sättigung. Ähnlich wie prädikative Ausdrücke eine Gegenstandsbezeichnung benötigen, um einen wahrheitsfähigen Satz zu ergeben, bedürfen quantifizierende Ausdrücke wie „Alle ( )" [bzw. „$(\forall x)(\ )$"] oder „Einige ( )" [bzw. „$(\exists x)(\ )$"] eines prädikativen Ausdrucks wie „sind sterblich", um zu einem wahrheitswertvollen Satz vervollständigt zu werden. Entsprechend ist auch die Bedeutung eines quantifizierenden Ausdrucks eine Funktion, welche Begriffen erster Stufe Wahrheitswerte zuordnet.

4.7 Literatur

Gottlob FREGE, „Funktion und Begriff" & „Über Begriff und Gegenstand" in ders., *Funktion, Begriff, Bedeutung*, hrsg. & eingel. v. Günther Patzig, Göttingen [7]1994.

Eine sehr gute (und sehr kurze) Einführung in Freges Sprachphilosophie:

Wolfgang KÜNNE, „Gottlob Frege" in Tilman Borsche (Hrsg.), *Klassiker der Sprachphilosophie. Von Platon bis Noam Chomsky*, München 1996, S. 325 – 45.

Vgl. zum Obigen:

T. BLUME & C. DEMMERLING, *Grundprobleme der analytischen Sprachphilosophie*, Paderborn 1998, Kap. 1, (a)–(c).

Weitere Literatur zu Frege siehe dort, S. 279–80.

Einführung in die analytische Sprachphilosophie:

Edmund RUNGGALDIER, *Analytische Sprachphilosophie*, Stuttgart 1990.

5. Exkurs: Gottlob Frege über Sinn

5.1 Freges Sinn*: Motivation*

5.1.1 Das Problem nicht-referierender Eigennamen

- Sätze mit Eigennamen, die kein Referenzobjekt besitzen, sind nach Frege bedeutungslos. Wäre Freges *Bedeutung* alles, was es zum semantischen Gehalt eines Satzes zu sagen gibt, könnte nicht erklärt werden, weshalb wir Sätze wie (1) verstehen können:

  (1) *Professor Moriarty ist der ärgste Feind von Sherlock Holmes*

5.1.2 Das Problem der Substitution in intensionale Kontexte

- Nach Freges sog. *Kompositionalitätsprinzip* ergibt sich die Bedeutung eines Satzes aus den Bedeutungen der Satzbestandteile und der Art und Weise, wie der Satz aufgebaut ist. Dies führt zu Schwierigkeiten bei der Substitution *koreferentieller* (d. h. gleichbedeutender) Ausdrücke im Rahmen von sog. *intensionalen Kontexten* (modale, intentionale, epistemische Kontexte und solche mit wörtlichen Zitaten).
  Dies zeigt sich etwa beim Übergang von (2) zu (3):

  (2) *Notwendigerweise ist der Morgenstern identisch mit dem Morgenstern*

  Der Morgenstern ist identisch mit dem Abendstern. Die Substitution von *der Abendstern* für das zweite Vorkommnis von *der Morgenstern* in (2) überführt allerdings den wahren Satz (2) in den falschen Satz (3):

  (3) *Notwendigerweise ist der Morgenstern identisch mit dem Abendstern*

5.1.3 Das Problem der Informativität

- Bestünde der semantische Gehalt eines Satzes nur in dessen *Bedeutung* (im Sinne Freges), könnte nicht erklärt werden, wieso (4) informativ sein kann, während (5) trivial ist:

  (4) *Der Morgenstern ist identisch mit dem Abendstern*

  (5) *Der Morgenstern ist identisch mit dem Morgenstern*

- Falls der semantische Gehalt eines Satzes nur in Freges *Bedeutung* bestehen würde, liefe zudem das Verständnis (der Bedeutung) eines Satzes auf die Kenntnis seines Wahrheitswertes hinaus. Natürlich ist es aber möglich, Sätze zu verstehen, deren Wahrheitswert wir nicht kennen (sonst wären auch Fragen überflüssig).

5.2 Freges Sinn

- Nach Frege besitzt jeder (wohlgeformte) Ausdruck einer Sprache—auch leere Eigennamen—einen *Sinn*. Im Falle von Namen oder Kennzeichnungen ist der Sinn *die Art des Gegebenseins* des bezeichneten Objektes. So charakterisiert die Kennzeichnung *die gegenwärtige Königin von England* eindeutig eine Person durch die Angabe einer Bedingung (nämlich gegenwärtig Königin von England zu sein), die nur die bezeichnete Person erfüllt. Den Sinn eines Satzes nennt Frege *Gedanke*. Der Sinn eines Ausdrucks ist dabei dasjenige, was jemand kennt, der den Ausdruck versteht. Sinne sind *objektiv* und nicht mit subjektiven *Vorstellungen* zu verwechseln, die man mit bestimmten Ausdrücken verbinden kann. Wie für Bedeutungen gilt auch für Sinne ein entsprechendes *Kompositionalitätsprinzip*. Um das Problem *5.1.2* zu lösen, nimmt Frege an, dass die Bedeutung eines Ausdrucks etwa in einem Glaubenskontext sein gewöhnlicher Sinn ist. In solchen Kontexten haben Ausdrücke also nicht ihre gewöhnliche, sondern eine sog. *ungerade Bedeutung*.

5.3 Freges Sinn: *Probleme*

5.3.1 Probleme mit der Objektivität

- Nach Frege können zwei Personen *A* und *B* verschiedene Sinne mit einem Eigennamen verknüpfen. Äußert *A* einen Satz, in dem ein solcher Name vorkommt, verknüpft *A* dann auch mit dem Satz einen anderen Sinn als *B*. Es wird also nicht derselbe Gedanke kommuniziert.

5.3.2 Das Paradox der Analyse

- Im Rahmen von Freges Theorie kann es keine informative Sinnexplikation eines Ausdrucks geben. Sind etwa die Ausdrücke *Junggeselle* und *unverheirateter Mann* synonym (haben sie also denselben Sinn), so besagt der Satz (6) soviel wie (7):

(6) *Ein Junggeselle ist ein unverheirateter Mann*

(7) *Ein Junggeselle ist ein Junggeselle*

Eine solche Sinnexplikation ist *uninformativ* (falls Synonymie vorliegt) oder *inadäquat* (falls keine Synonymie vorliegt).

5.3.3 Probleme mit indirekter Bedeutung & intensionalen Kontexten

- Nach Frege ist die ungerade Bedeutung eines Namens (d. h. die Bedeutung eines Namens in einem ungeraden Kontext) sein gewöhnlicher Sinn. Worin besteht aber der indirekte *Sinn* eines Namens?

5.3.4 Kripkes Einwand

- Bestünde der Sinn eines Namens in einer deskriptiven Bedingung (wie in *5.2* beschrieben), erschienen Sätze notwendig wahr, die nur kontingent wahr sind. Wäre etwa der Sinn des Namens *Aristoteles* angebbar durch die deskriptive Bedingung *der Schüler Platos und Lehrer von Alexander dem Großen*, dann wären beide Ausdrücke synonym und der Satz (8) somit notwendig wahr:

(8) *Aristoteles war der Schüler Platos und Lehrer von Alexander dem Großen*

5.4 Literatur

Gottlob FREGE, „Über Sinn und Bedeutung" in ders., *Funktion, Begriff, Bedeutung*, hrsg. & eingel. v. Günther Patzig, Göttingen ^{7}1994. / Ders., „Der Gedanke" in ders., *Logische Untersuchungen*, hrsg. & eingel. v. Günther Patzig, Göttingen ^{4}1993. / Ders., „Ausführungen über Sinn und Bedeutung" in ders., *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie. Aus dem Nachlass*, hrsg. & eingel. v. Gottfried Gabriel, Hamburg ^{3}1990.

Vgl. zum Obigen:

T. BLUME & C. DEMMERLING, *Grundprobleme der analytischen Sprachphilosophie*, Paderborn 1998, Kap. 1, (d)–(f).
Weitere Literatur zu Frege siehe dort, S. 279–80.

5.5 *Zusammenfassung: Zentrale Thesen Freges über* Sinn & Bedeutung

(nach: Alexander Miller, *Philosophy of Language*, London 1998, S. 75 f.)

These 1. Die *Bedeutung eines Satzes* ist sein *Wahrheitswert* (WAHR/FALSCH).

These 2. Die Bedeutung eines komplexen Ausdrucks ergibt sich aus den Bedeutungen seiner Bestandteile (*Kompositionalität der Bedeutung*).

These 3. Die Ersetzung eines Satzbestandteiles durch einen gleichbedeutenden Ausdruck verändert nicht die Bedeutung des Satzes (d. h. den Wahrheitswert) (*Gesetz von Leibniz*).

These 4. Die *Bedeutung eines Eigennamens* ist das Objekt, für das er steht bzw. auf das er referiert.

These 5. Die *Bedeutung eines prädikativen Ausdrucks* ist eine *Funktion*.

These 6. Funktionen sind *extensional:* Haben die Funktionen f und g dieselbe Extension (d. h. denselben Wertverlauf), dann ist $f = g$.

These 7. Die Bedeutung eines prädikativen Ausdrucks ist eine Funktion (erster Stufe), welche Gegenstände auf Wahrheitswerte abbildet; die Bedeutung eines Junktors ist eine Funktion (erster Stufe), die Wahrheitswerte auf Wahrheitswerte abbildet; die Bedeutung eines quantifizierenden Ausdrucks ist eine Funktion (zweiter Stufe), welche Begriffe auf Wahrheitswerte abbildet.

These 8. Der *Sinn* eines Ausdrucks ist der Bestandteil seines semantischen Gehalts, der die Bedeutung festlegt.

These 9. Es ist möglich, den Sinn eines Ausdrucks ohne dessen Bedeutung zu kennen.

These 10. Der Sinn eines Ausdrucks ist das, was jemand kennt, der den Ausdruck versteht.

These 11. Der Sinn eines komplexen Ausdrucks ergibt sich aus den Sinnen seiner Bestandteile (*Kompositionalität des Sinnes*).

These 12. Wenn jemand den Sinn zweier Ausdrücke versteht und die beiden Ausdrücke denselben Sinn haben, dann muss sie/er auch wissen, dass die Ausdrücke denselben Sinn haben (*Transparenz des Sinnes*).

These 13. Ein Ausdruck kann einen Sinn besitzen, selbst wenn er keine Bedeutung hat.

These 14. Ein Satz, der einen bedeutungslosen Ausdruck enthält, ist weder wahr noch falsch.

These 15. In einem Glaubenskontext ist die (*ungerade*) *Bedeutung* eines Eigennamens sein gewöhnlicher Sinn.

These 16. Die Ersetzung eines Satzbestandteiles durch einen sinngleichen Ausdruck lässt den Sinn des Satzes unverändert (und somit auch die Bedeutung). (Andererseits kann die Ersetzung eines bedeutungsgleichen Ausdrucks zu einer Veränderung des Sinnes führen!)

These 17. Der Sinn eines Satzes ist ein *Gedanke*.

These 18. Die Bedeutung eines Ausdrucks ist nicht Teil dessen, was jemand kennt, der den Ausdruck versteht.

These 19. Sinn ist *objektiv:* Einen Sinn zu erfassen ist keine Frage (subjektiver) Vorstellungen, geistiger Bilder oder privater psychischer Erlebnisse.

These 20. Der Sinn eines Ausdrucks ist *normativ:* Durch ihn wird bestimmt, welche Verwendungsweisen eines Ausdrucks korrekt und welche inkorrekt sind.

These 21. Zusätzlich zu Sinn und Bedeutung benötigen wir im Rahmen von semantischen Untersuchungen die Begriffe *Ton* und (behauptende, auffordernde, ...) *Kraft*.