

PROBEKLAUSUR

- Notieren Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer deutlich (!!) auf Ihrer Klausur!
- Um die Gesamtpunktzahl zu erreichen, genügt es, 8 Aufgaben zu lösen!

Aufgabe 1. Übersetzen Sie die folgenden Sätze in die Klötzchensprache!

1. Entweder ist a ein Würfel oder ein Tetraeder.
2. Wenn a nicht sowohl ein Würfel als auch klein ist, hat es nicht dieselbe Form wie b.
3. a besitzt nur dann dieselbe Form wie b, falls es weder ein Würfel noch groß ist.

Aufgabe 2. Stellen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen fest, ob die folgenden Behauptungen zutreffen!

1. $\neg Q$ folgt tautologisch aus $P \vee Q$ und P .
2. $(\neg(P \leftrightarrow Q) \wedge P) \rightarrow \neg Q$ ist eine Tautologie.
3. $\neg(P \leftrightarrow Q)$ und $\neg P \leftrightarrow Q$ sind tautologisch äquivalent.

Aufgabe 3. Beweisen Sie formal, dass die folgenden Behauptungen zutreffen!

1. Aufgrund von $P \rightarrow R$ und $Q \rightarrow R$ kann $(P \vee Q) \rightarrow R$ hergeleitet werden.
2. Ausgehend von $P \rightarrow (Q \wedge \neg Q)$ kann $\neg P$ hergeleitet werden.
3. Ausgehend von $P \rightarrow Q$ kann $\neg Q \rightarrow \neg P$ hergeleitet werden.

Aufgabe 4. Übersetzen Sie die folgenden Sätze in die Klötzchensprache!

1. Alle Würfel sind klein.
2. Alle Objekte sind kleine Würfel.
3. Einige kleinen Objekte sind keine Würfel.

Aufgabe 5. Im Folgenden besage $G(x)$ so viel wie x ist ein Gemälde, $K(x)$ so viel wie x ist ein Kunstliebhaber, $B(x, y)$ so viel wie x bewundert y und $R(x, y)$ so viel wie x ist berühmter als y . a bezeichne die *Mona Lisa* (das Gemälde). Der Gegenstandsbereich sei die Menge aller Personen und Gemälde. Was besagen die folgenden Sätze umgangssprachlich?

1. $\forall x (K(x) \rightarrow B(x, a))$
2. $\neg \exists y (G(y) \wedge R(y, a))$
3. $\forall y ((G(y) \wedge y \neq a) \rightarrow R(a, y))$
4. $\exists x \forall y (G(x) \wedge (K(y) \rightarrow B(y, x)))$

Aufgabe 6. Führen Sie die folgenden formalen Beweise!

1. Leiten Sie $\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x)$ ausgehend von $\forall x (A(x) \rightarrow B(x))$ her.
2. Leiten Sie $\exists x \neg A(x)$ ausgehend von $\forall x (A(x) \rightarrow B(x))$ und $\exists x \neg B(x)$ her.
3. Leiten Sie $\forall x A(x) \rightarrow \neg \exists x \neg A(x)$ ohne Annahmen her.

Aufgabe 7. Zeigen Sie mit Hilfe formaler Beweise, dass die folgenden Behauptungen zutreffen, oder widerlegen Sie sie mit einem Gegenbeispiel!

1. Aus $\forall x (Cube(x) \rightarrow Small(x))$ folgt $\forall x (Cube(x) \wedge Small(x))$.
2. Aus $\forall x \exists y SameShape(x, y)$ folgt $\exists y \forall x SameShape(x, y)$.

Aufgabe 8. Überprüfen Sie das folgende Argument auf Gültigkeit, indem Sie es in eine PL1-Sprache übersetzen und dann einen entsprechenden Beweis führen oder ein Gegenbeispiel angeben! (*Hinweis:* Verwenden Sie u.a. Prädikate, welche die Eigenschaften x besitzt einen Schlüssel und x hat die Unterlagen gestohlen ausdrücken.)

Jemand, der einen Schlüssel besitzt, hat die Unterlagen gestohlen. Nur Kassierer oder Wachmänner besitzen Schlüssel. Also hat ein Kassierer oder ein Wachmann hat die Unterlagen gestohlen.

Aufgabe 9. Geben Sie für jedes der folgenden Argumente an, ob es sich um eine tautologische, analytische oder eine PL1-Folgerung handelt. Geben Sie im Falle einer analytischen Folgerung eine mit den Ausgangsprämissen konsistente Zusatzprämisse an, so dass die Konklusion des Arguments eine PL1-Folgerung aus den Ausgangsprämissen und der Zusatzprämisse ist!

1.
$$\left| \begin{array}{l} \neg \forall x A(x) \rightarrow \exists x \neg A(x) \\ \neg \exists x \neg A(x) \\ \hline \forall x A(x) \end{array} \right.$$
2.
$$\left| \begin{array}{l} Smaller(a, b) \\ Smaller(b, c) \\ \hline Smaller(a, c) \end{array} \right.$$

Aufgabe 10. Übersetzen Sie die folgenden Sätze in die Klötzchensprache!

1. Vor jedem Tetraeder befinden sich mindestens zwei Würfel.
2. Vor jedem Tetraeder befinden sich höchstens zwei Würfel.
3. Vor jedem Tetraeder befinden sich genau zwei Würfel.